Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей: материалы 34-й сессии международного семинара им. Д.Г.Успенского.
Москва: ИФЗ РАН. 2007 с. 21-23.

ГЕОКАРТИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ЛОКАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ФРАКТАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕД ПО ДАННЫМ ГРАВИРАЗВЕДКИ И МАГНИТОРАЗВЕДКИ

П.С. Бабаянц [1], Ю.И. Блох [2], А.А. Трусов [1]

[1] ЗАО «ГНПП Аэрогеофизика», Москва, Россия
[2] РГГРУ, Москва, Россия

В настоящее время ведущим методом при исследовании проявлений фрактальных свойств геологических сред в создаваемых ими потенциальных полях является спектральный анализ этих полей [8]. Его обычно проводят не по исходным данным, а по редуцированным в точки квадратной сети, без учета изменений альтитуд пунктов наблюдений, что приводит к искажениям оценок. Второй источник искажений – это неустойчивость оценки фрактальной размерности в скользящем окне небольших размеров.

Предлагаемая технология создана на базе разработанного нами пакета программ СИГМА-3D, предназначенного для структурной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. На первом этапе с учетом всех отмеченных факторов программами пакета строится модель в виде субгоризонтального слоя с латеральными изменениями плотности и намагниченности, поле которой минимально отличается от наблюденного [1]. На втором этапе именно эта петрофизическая модель (а не поле), рассматриваемая как фрактальная поверхность, анализируется в скользящих окнах. Чтобы оценка ее фрактальной размерности была действительно локальной, необходимо сформировать такую последовательность аппроксимаций, которая обеспечивала бы достаточно быстрый выход на асимптотический режим в сравнительно малых окнах. С этой целью осуществляется переход к анализу альтернативной фрактальной характеристики изучаемых сред, а именно, индекса фрактальной вариации. Данная методика была первоначально разработана М.М.Дубовиковым и др. применительно к анализу одномерных рядов экономических данных [2, 3, 6] и показала свою эффективность.

Суть проблемы состоит в том, что оценки, получаемые традиционными методами, весьма существенно зависят от объема анализируемой выборки. Детальное исследование, проведенное Т.Бабадагли и К.Девели [5], показало, что как при недостаточно больших, так и при чересчур больших выборках оценка спектральным методом фрактальной размерности двумерных функций, заданных по квадратной сети, оказывается искаженной. Оптимальной по их данным оказалась выборка в квадратном окне, включающем 128×128=16384 значения. Столь большое окно, понятно, не дает возможности достаточно детального картирования геологических сред по геофизическим данным. Аналогичные сложности возникают и при применении R/S метода определения показателя Херста, являющегося, как известно, фрактальной коразмерностью [4].

Вообще говоря, основной фрактальной характеристикой функций, в том числе при описании геологических сред, принято считать фрактальную размерность D, введенную Ф.Хаусдорфом еще в 1918 г. для компактных множеств в метрических пространствах [7]:

$$D = \lim_{\delta \to 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln (1/\delta)}, \tag{1}$$

где N(δ) – минимальное количество шаров радиуса δ, покрывающих изучаемое множество. Необходимо отметить, что сам Ф.Хаусдорф не претендовал на то, что введенное им определение является единственно возможным, и отмечал, что проблема «правильного» определения понятия «размерности» является очень трудной [7]. В евклидовых пространствах, в частности, помимо шаров для покрытия, очевидно, можно также использовать другие элементы с характерными линейными размерами δ. При этом наряду с типовой сферической размерностью D появляются и другие – клеточная, внутренняя и т.п. – которые при $\delta \to 0$, как правило, стремятся к D [2, 3, 6].

Построенные с помощью программ пакета СИГМА-3D петрофизические модели могут рассматриваться в качестве фрактальных поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве. Если бы модели описывались гладкими функциями и не обладали фрактальными свойствами, их размерность Хаусдорфа совпадала бы с топологической размерностью и была бы равна 2. Фрактальный характер моделей ведет к тому, что их размерность превышает топологическую, другими словами, поверхность приобретает некоторые черты объемной структуры. Для ее аппроксимации можно применить наборы прямоугольных параллелепипедов с изменяющимися характерными размерами основания δ, кратными дискретности модели. При этом, напомним, крайне важно использовать такую последовательность аппроксимаций анализируемых фрактальных поверхностей параллелепипедами, которая обеспечивала бы достаточно быстрый выход вычисляемых объемов на асимптотический режим.

С этой целью М.М.Дубовиков с коллегами предложили вычислять т.н. индекс фрактальной вариации, соответствующий минимальному покрытию поверхности параллелепипедами [2, 3, 6]. Эта характеристика для класса прямоугольных параллелепипедов с квадратным основанием δ×δ определяется по амплитудам $A_i(\delta)$ (i=1,…,m), представляющим собой разности между максимальным и минимальным значением анализируемой функции в пределах i-го элемента покрытия. На размерность функции внимание можно не обращать, поскольку после логарифмирования функции она, очевидно, перестает влиять на результаты расчетов. Величина

$$W_f(\delta) = \sum_{i=1}^{m} A_i(\delta) \quad (2)$$

называется вариацией функции f(x,y), соответствующей масштабу разбиения δ на рассматриваемой площади. При анализе петрофизических моделей минимально допустимое значение δ может быть $\delta=2\delta_0$, что соответствует четырем элементам анализируемой петрофизической модели (2×2). Полный объем минимального покрытия $V_f(\delta)$ можно представить в виде:

$$V_f(\delta) = \delta^2 W_f(\delta), \quad (3)$$

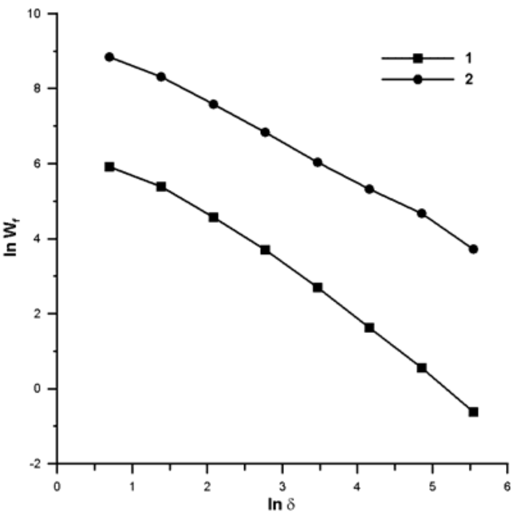
и из (1) следует, что

$$W_f(\delta) \sim \delta^{-\mu} \text{ при } \delta \to 0, \quad (4)$$

где μ - индекс вариации. При анализе двумерных функций, каковыми являются петрофизические модели, к значению μ необходимо прибавить поправку за индекс вариации невырожденной гладкой функции, равный 1 (для n-мерных функций поправка равна n-1). В итоге для вычисления фрактальной размерности двумерных функций оказывается возможным применять следующую простую формулу [2]:

$$D=\max\{\mu+1; n\}. \quad (5)$$

На практике окно для вычисления размерности удобно брать размерами $2^k \times 2^k$ элементов и вычислять амплитуды последовательно в ячейках 2×2, 4×4, 8×8 элементов и т.д. При этом выход на асимптотический режим происходит весьма быстро, что и дает возможность достаточно устойчиво оценивать фрактальную размерность петрофизической модели в небольшом скользящем окне, например, размерами 16×16 и даже 8×8 элементов модели. На рисунке скорость выхода вариации $W_f(\delta)$ на асимптотический режим иллюстрируется на примере анализа фрактальных размерностей в моделях латерального распределения эффективных плотности и намагниченности пород кристаллического фундамента Московской синеклизы. Петрофизические модели здесь были построены с помощью пакета СИГМА-3D, при этом аппроксимация субгоризонтального слоя осуществлялась элементами с размерами в плане 2×2 км. Такие размеры соответствовали средней глубине залегания кровли кристаллического фундамента на изучаемой площади, что обеспечивало устойчивость построения моделей. Для анализа фрактальных размерностей было выбрано достаточно большое квадратное



Выход вариации $W_f(\delta)$ на асимптотический режим при анализе фрактальных размерностей по моделям латерального распределения эффективных плотности (1) и намагниченности (2) пород кристаллического фундамента Московской синеклизы в окне 512×512 км.

окно: 256×256 элементов, то есть 512×512 км, и на рис. 1 показаны графики выявленных зависимостей ln $W_f(\delta)$ от ln δ для плотностей и намагниченностей пород. Эти данные убедительно свидетельствуют о весьма быстром выходе применяемой последовательности аппроксимаций на асимптотический режим. Отметим, что величины фрактальных размерностей моделей в диапазоне аппроксимации 2-512 км оказались лишь ненамного превышающими топологическую размерность, равную в данном случае 2. Это значит, в частности, что применение здесь стандартных подходов могло бы в силу их неустойчивости привести к качественным искажениям результатов локальных оценок и, соответственно к неверным геологическим выводам.

Разработанная технология была опробована при изучении кристаллического фундамента Московской синеклизы, а также на ряде участков детальных исследований, где способствовала решению поисковых задач.

Литература

1. Бабаянц П.С., Блох Ю.И., Трусов А.А. Изучение строения кристаллического основания платформенных областей по данным магниторазведки и гравиразведки // Геофизика. 2003. № 6. с. 55-58.

2. Дубовиков М.М., Старченко Н.В. Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур // Научный альманах Гордон. 2003. № 1. с. 5-32.

3. Дубовиков М.М., Крянев А.В., Старченко Н.В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН. Серия «Прикладная и компьютерная математика». 2004. т. 3. № 1. с. 30-44.

4. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований. 2002. 656 с.

5. Babadagli T., Develi K. On the application of methods used to calculate the fractal dimension of fracture surfaces // Fractals. 2001. v. 9. No. 1. pp. 105-128.

6. Dubovikov M.M., Starchenko N.V, Dubovikov M.S. Dimension of the minimal cover and fractal analysis of time series // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2004. v. 339. No. 3-4. pp. 591-608.

7. Hausdorff F. Dimension und äußeres Maß // Matematishe Annalen. 1918. v. 79. No. 1-2. pp. 157–179.

8. Maus S., Dimri V.P. Scaling properties of potential fields due to scaling sources // Geophysical Research Letters. 1994. v. 21. No. 10. pp. 891–894.